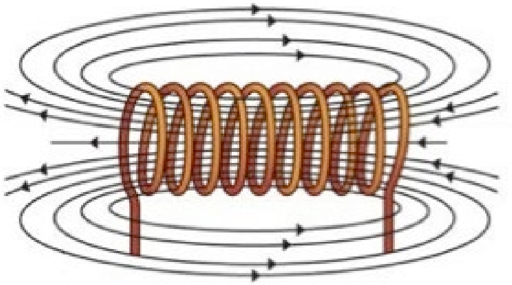
Conversion d'énergie

Circuit magnétique

André Hodder

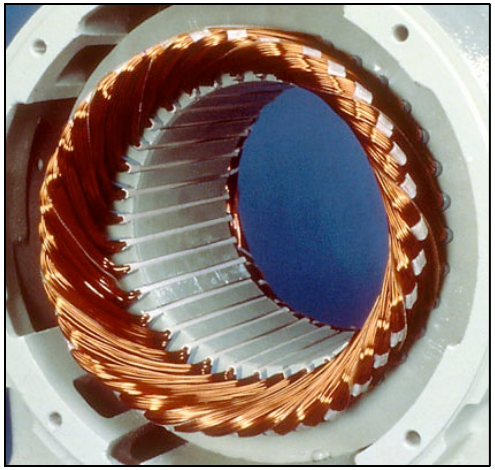
v5

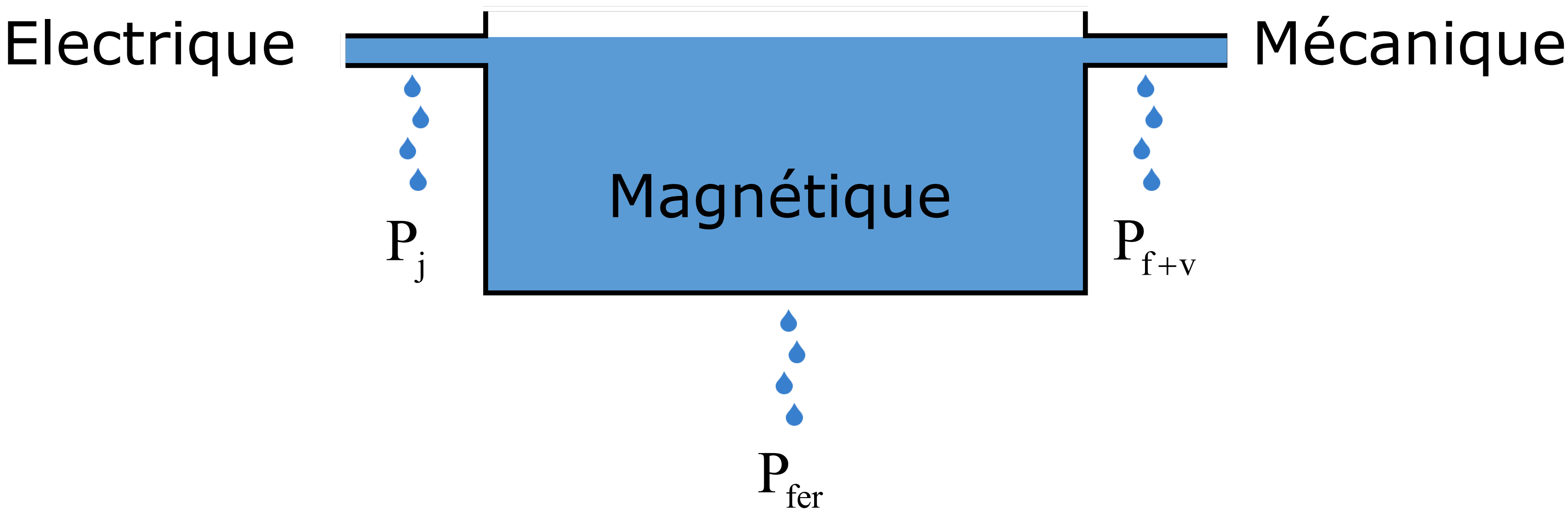
Inductances



Magnétique

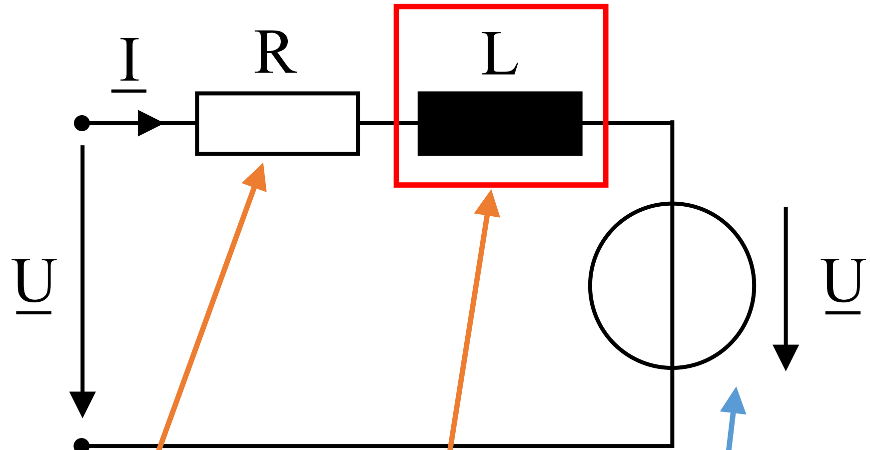
Electrique — Mécanique

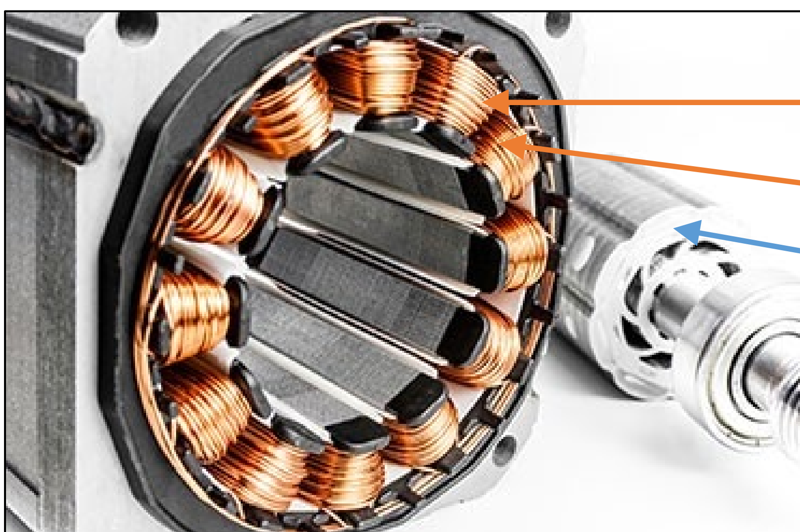




Inductances

Schéma équivalent d'un moteur synchrone à aimants permanents





Résistance (du fil de la bobine)

Inductance (de la bobine)

Effet de la rotation du rotor

Source :
robots-et-compagnie.com
rs-online.com

Inductances

Schéma équivalent d'une machine à courant continu

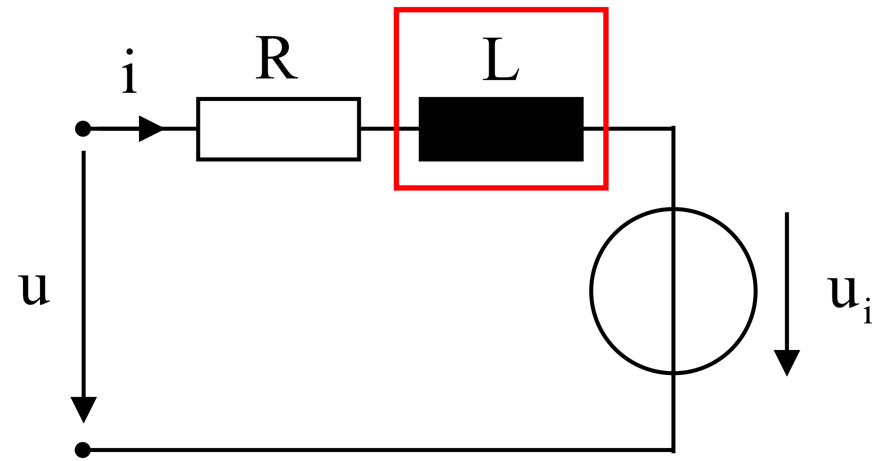
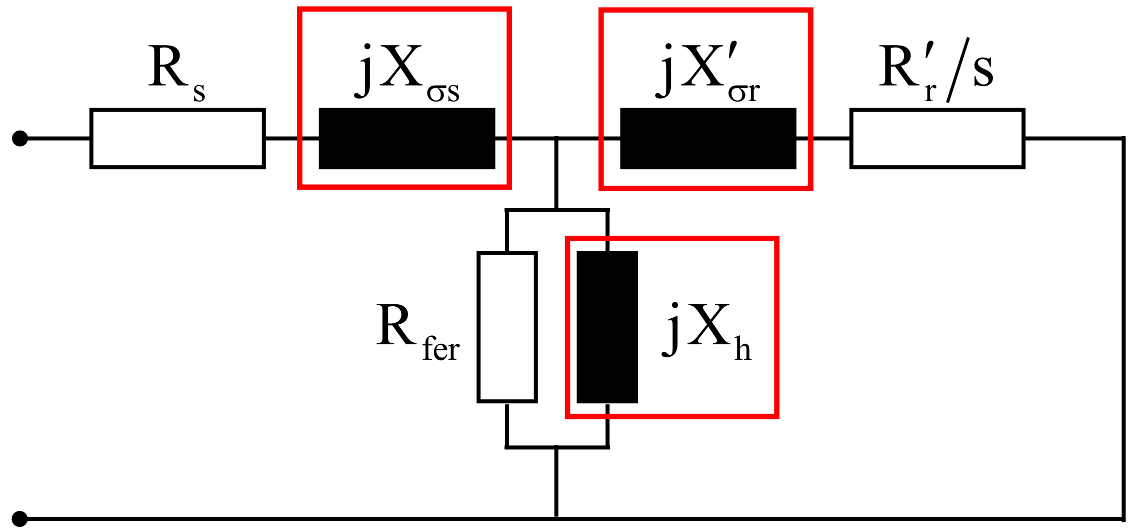


Schéma équivalent d'une machine asynchrone



$$\boxed{X = \omega L \ [\Omega]}$$

Sommaire

- Circuit magnétique équivalent
- Inductances
- Tension induite généralisée

Equations de Maxwell (quasi-statique)

forme intégrale (Stockes) $\longrightarrow$

$$\mathbf{rot\ H} = \mathbf{J}$$

S'il y a un courant il y a un champ magnétique

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot \mathbf{dl} = \int_S \mathbf{J} \cdot \mathbf{dS} = \sum_j \mathrm{i}_j$$ (loi d'Ampère)

$$\mathbf{rot\ E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

S'il y a une variation du flux il y a une tension induite

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot \mathbf{dl} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot \mathbf{dS}$$ (loi de Lenz-Faraday)

$$\mathrm{div}\ \mathbf{B} = 0$$

Pas de monopôle magnétique mais des paires de pôles

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{dS} = 0$$

$$\mathbf{B} = \mu\, \mathbf{H}$$

$$\mathbf{E} = \rho\, \mathbf{J}$$

équations de Maxwell sous forme intégrale ?

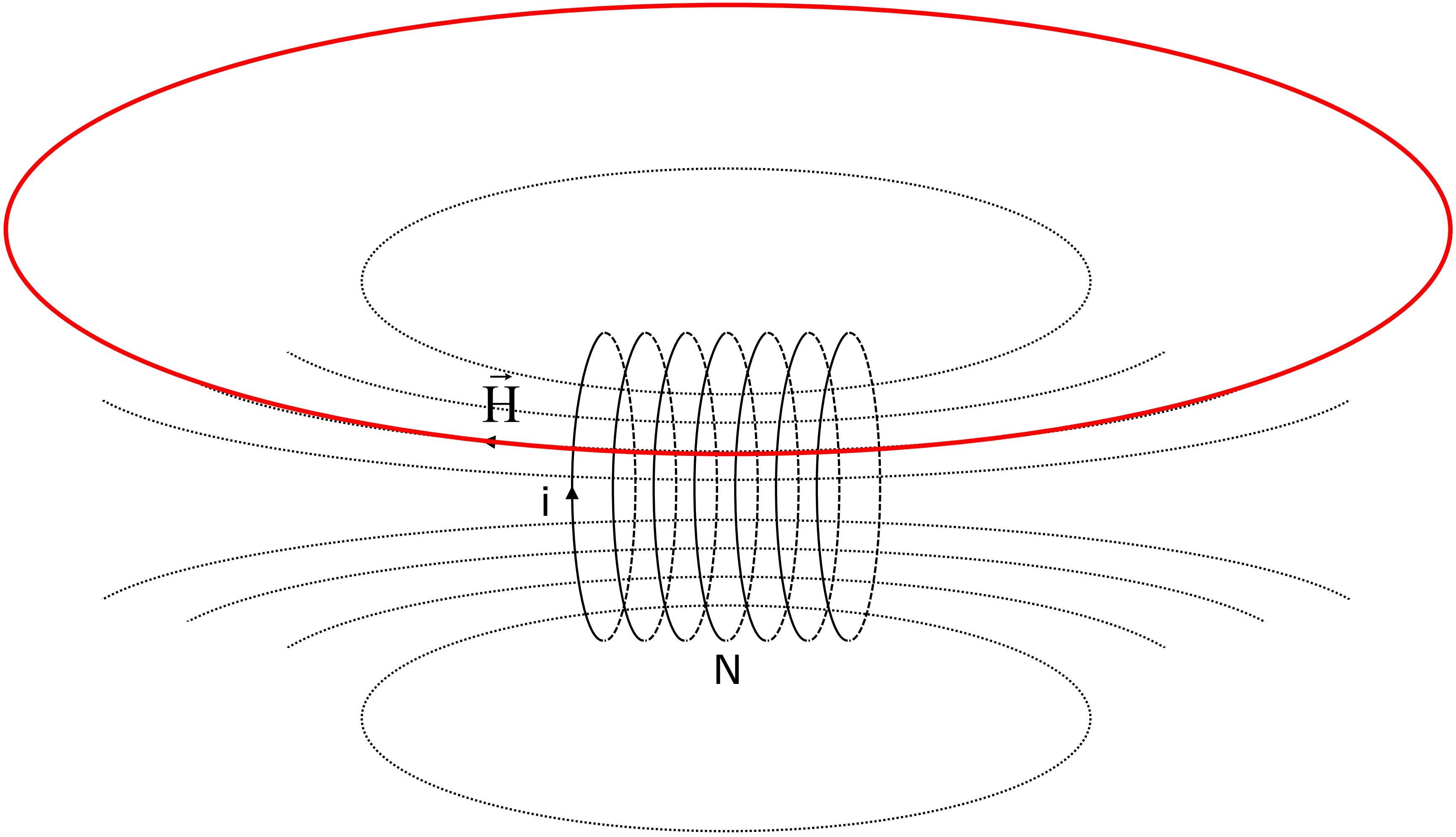
↓

modèle de Kirchhoff

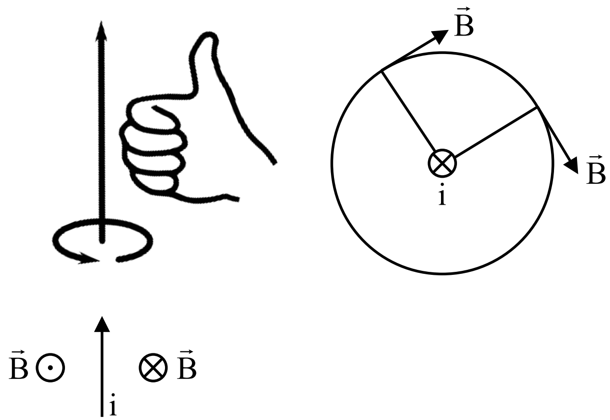
- Potentiel magnétique (tension)
- Flux d'induction magnétique (courant)
- Perméance (résistance^{-1})

Potentiel magnétique scalaire (loi d'Ampère)

$$\Theta = \sum_j i_j = \oint_C \mathbf{H} \cdot \mathbf{dl} \quad [\mathrm{A}] \longrightarrow \boxed{\Theta = N i}$$



Champ d'induction magnétique



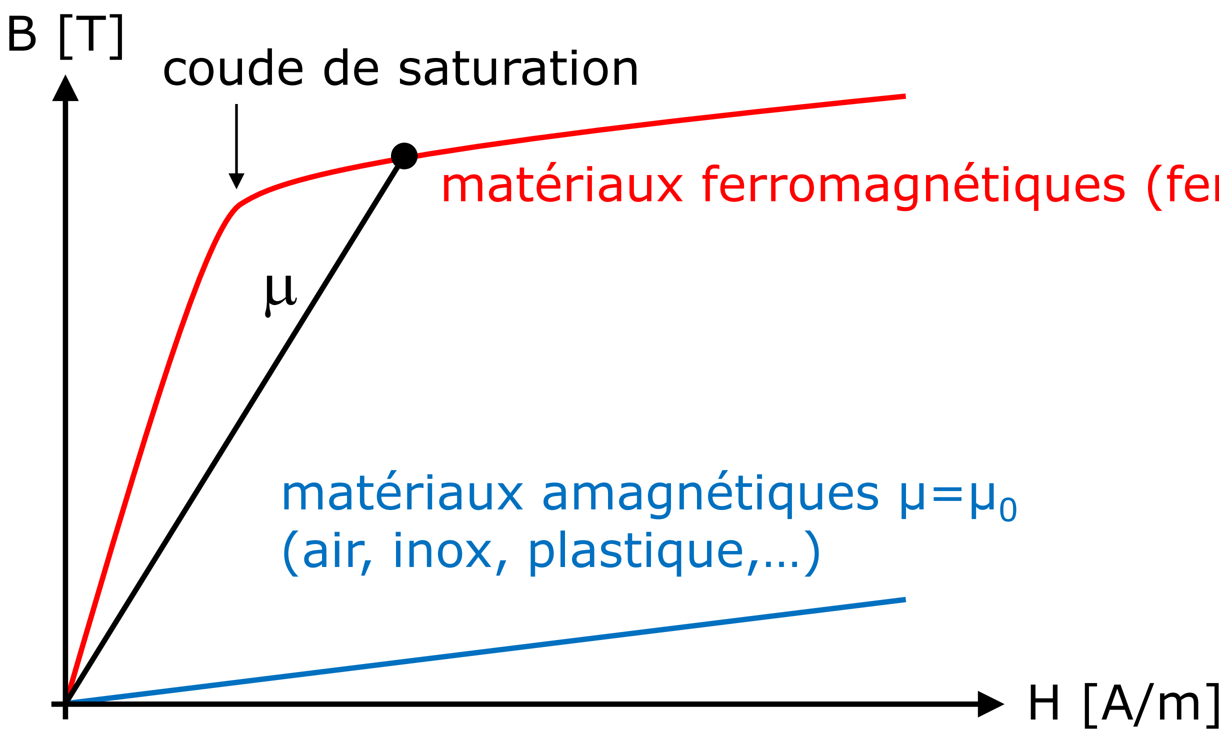
Champ d'induction magnétique

Perméabilité du matériau

Champ magnétique

(indépendant du milieu)

$$\mathbf{B} = \mu \, \mathbf{H}$$



Perméabilité du vide

Perméabilité relative

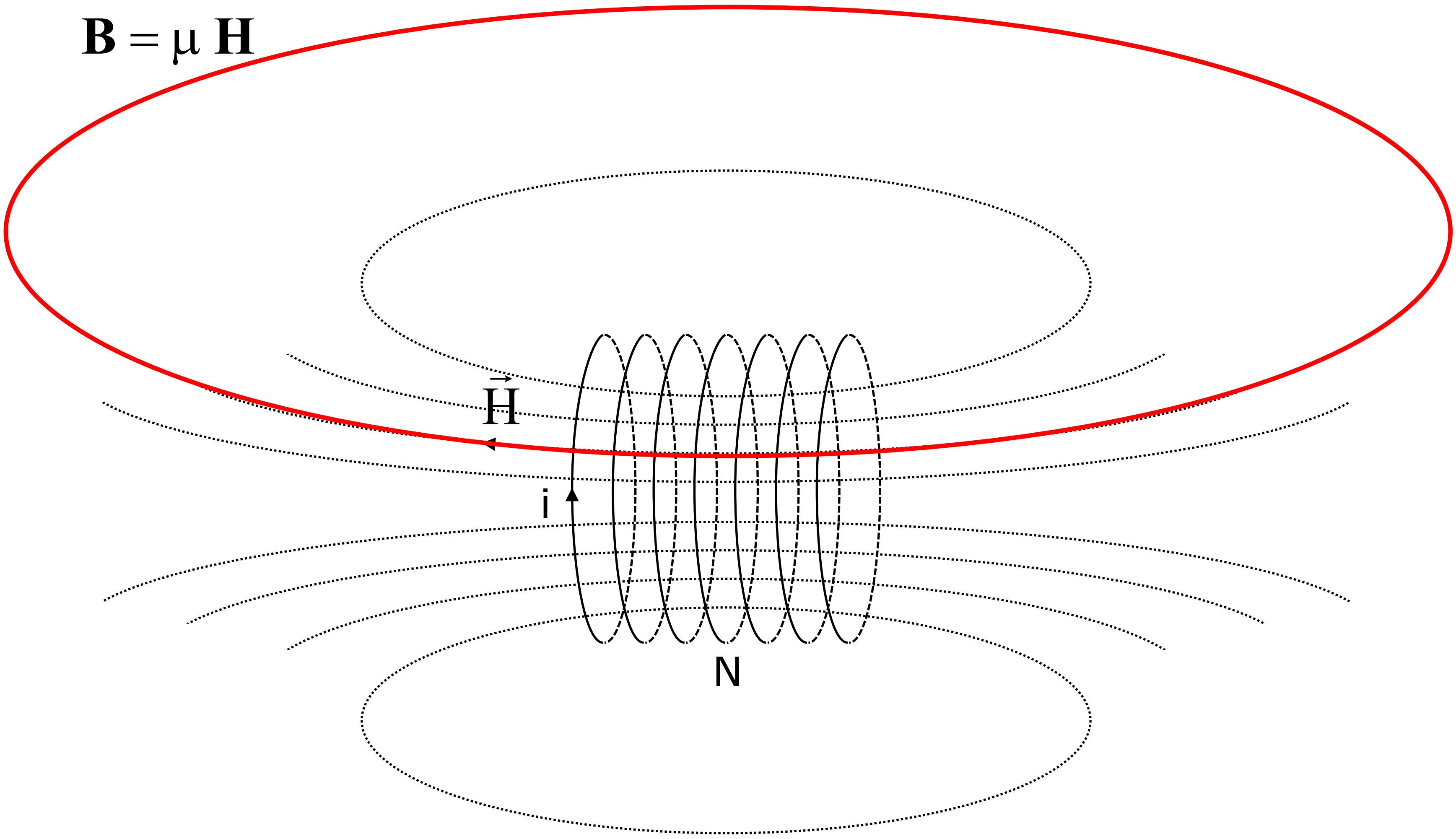
$$\mu = \mu_0 \, \mu_r$$

$$\mu_0 = 4 \, \pi \, 10^{-7}$$

Potentiel magnétique scalaire (loi d'Ampère)

$$\Theta = \sum_j i_j = \oint_C \mathbf{H} \cdot \mathbf{dl} \quad [A] \longrightarrow \boxed{\Theta = N\,i}$$

$$\mathbf{B} = \mu\, \mathbf{H}$$



Equations de Maxwell (quasi-statique)

forme intégrale (Stockes) $\longrightarrow$

$$\mathbf{rot}\ \mathbf{H} = \mathbf{J}$$

S'il y a un courant il y a un champ magnétique

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot \mathbf{dl} = \int_S \mathbf{J} \cdot \mathbf{dS} = \sum_j \mathrm{i}_j$$

(loi d'Ampère)

$$\mathbf{rot}\ \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

S'il y a une variation du flux il y a une tension induite

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot \mathbf{dl} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot \mathbf{dS}$$

(loi de Lenz-Faraday)

$$\mathrm{div}\ \mathbf{B} = 0$$

Pas de monopôle magnétique mais des paires de pôles

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{dS} = 0$$

$$\mathbf{B} = \mu\ \mathbf{H}$$

$$\mathbf{E} = \rho\ \mathbf{J}$$

équations de Maxwell sous forme intégrale ?

$\downarrow$

modèle de Kirchhoff

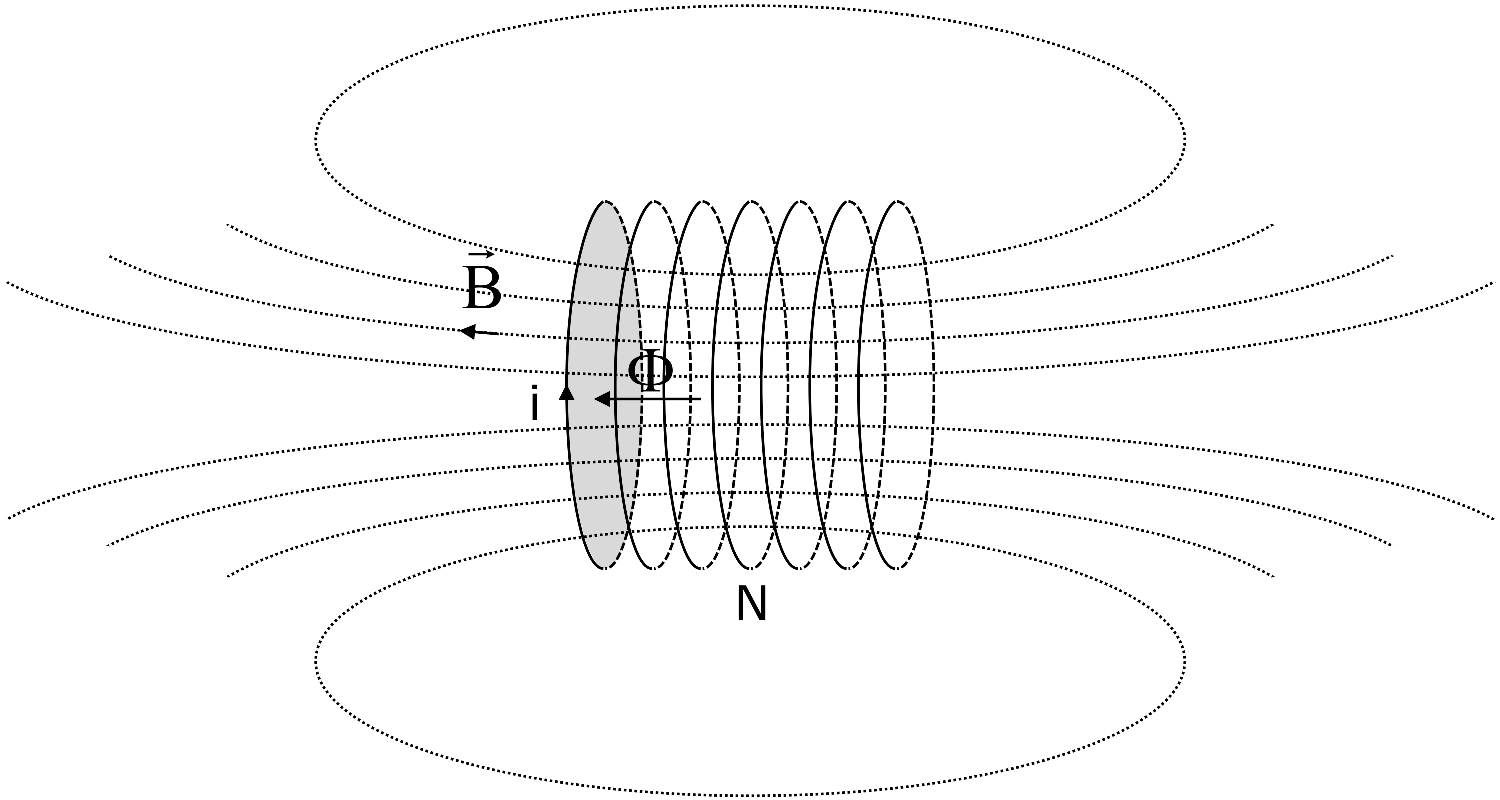
- Potentiel magnétique (tension)
- Flux d'induction magnétique (courant)
- Perméance (résistance^{-1})

Flux d'induction magnétique

$$\Phi = \int_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{dS} \qquad [\mathrm{Wb}]\,\mathrm{ou}\,[\mathrm{Vs}]$$

flux totalisé

$$\boxed{\Psi = N\,\Phi}$$



Equations de Maxwell (quasi-statique)

forme intégrale (Stockes) $\longrightarrow$

$$\mathbf{rot}\ \mathbf{H} = \mathbf{J}$$

S'il y a un courant il y a un champ magnétique

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot \mathbf{dl} = \int_S \mathbf{J} \cdot \mathbf{dS} = \sum_j i_j$$

(loi d'Ampère)

$$\mathbf{rot}\ \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

S'il y a une variation du flux il y a une tension induite

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot \mathbf{dl} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot \mathbf{dS}$$

(loi de Lenz-Faraday)

$$\mathrm{div}\ \mathbf{B} = 0$$

Pas de monopôle magnétique mais des paires de pôles

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{dS} = 0$$

$$\mathbf{B} = \mu\ \mathbf{H}$$

$$\mathbf{E} = \rho\ \mathbf{J}$$

équations de Maxwell sous forme intégrale ?

$\downarrow$

modèle de Kirchhoff

- Potentiel magnétique (tension)
- Flux d'induction magnétique (courant)
- Perméance (résistance^{-1})

Réluctance et perméance magnétique

En appliquant l'équation du potentiel magnétique à un tube de flux partiel.

$$\Theta_{AB} = \Phi \int_A^B \frac{dl}{\mu_0\, \mu_r\, S} \qquad \Theta_{AB} = R_m\, \Phi \qquad \boxed{\Phi = \Lambda\, \Theta}$$

$$R_m = \int_A^B \frac{dl}{\mu_0\, \mu_r\, S} \qquad \Lambda = 1/R_m \qquad \boxed{\Lambda = \mu\, \frac{S}{l}}$$

Réluctance magnétique

Perméance magnétique

Mise en parallèle de perméances

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = \Lambda_1\Theta + \Lambda_2\Theta = \left(\Lambda_1 + \Lambda_2\right)\Theta \qquad \boxed{\Lambda_{\text{eq parallèle}} = \sum_k \Lambda_k}$$

Mise en série de perméances

$$\Theta = \Theta_1 + \Theta_2 = \frac{1}{\Lambda_1}\Phi + \frac{1}{\Lambda_2}\Phi = \left(\frac{1}{\Lambda_1} + \frac{1}{\Lambda_2}\right)\Phi \qquad \boxed{\Lambda_{\text{eq série}} = \frac{1}{\sum_k \frac{1}{\Lambda_k}}}$$

Résumé et exemple

$$\Theta = N\,i$$

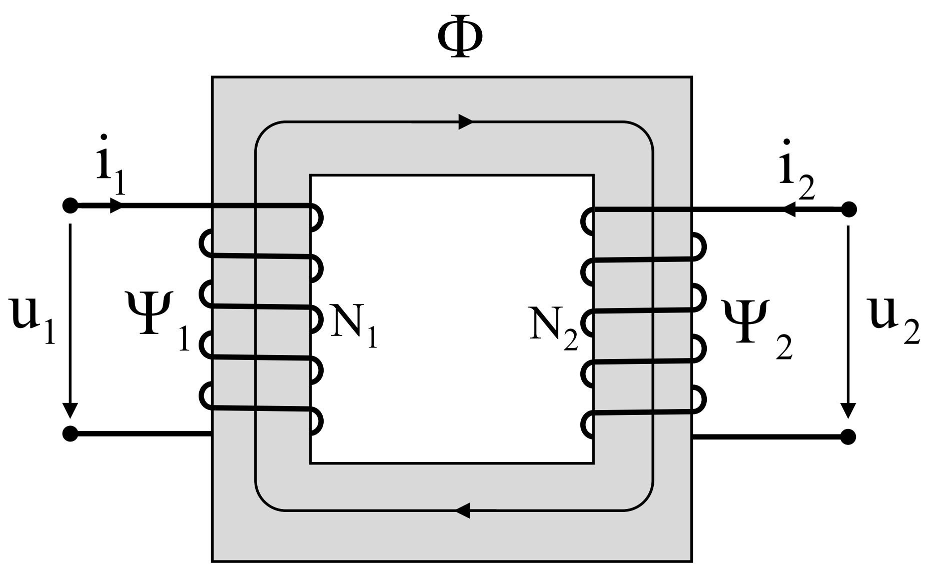
$$\Phi = \Lambda\,\Theta$$

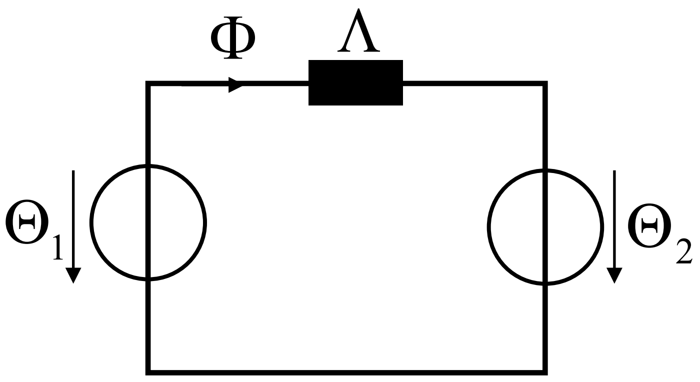
$$\Lambda = \mu\,\frac{S}{l}$$

$$\mu = \mu_0\,\mu_r$$

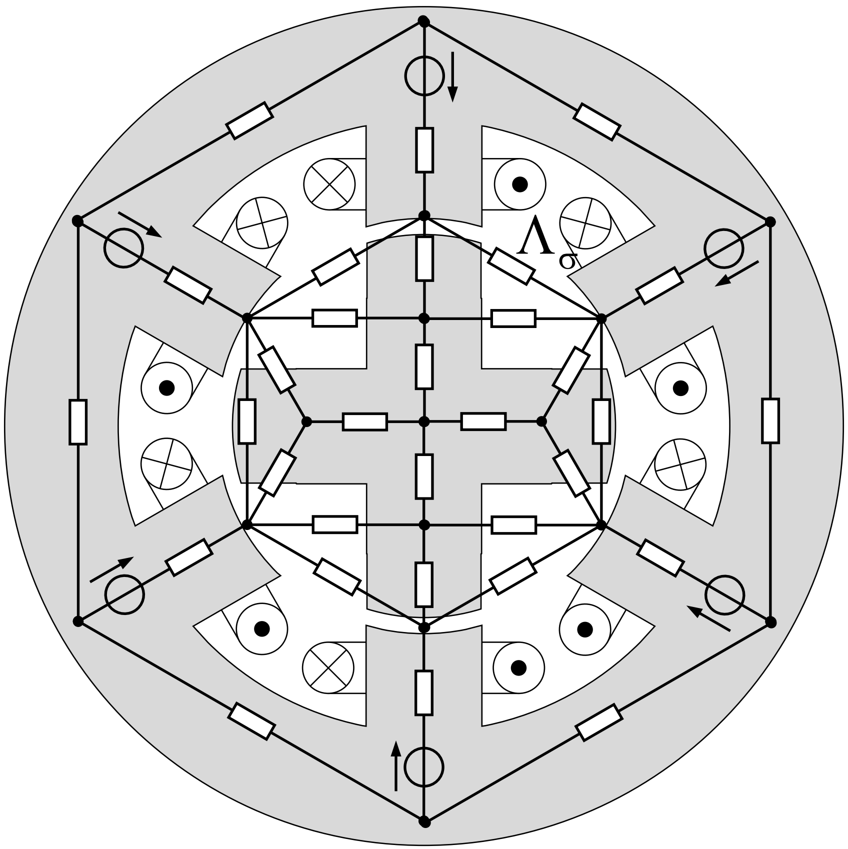
Modèle de Kirchhoff

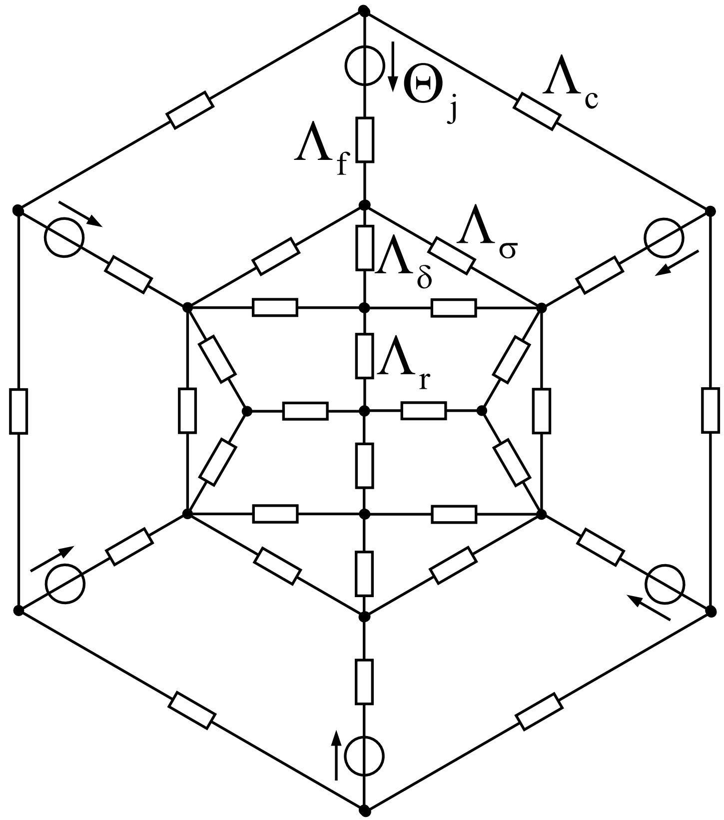
- Potentiel magnétique (tension)
- Flux d'induction magnétique (courant)
- Perméance (résistance^{-1})





Exemple :
Modélisation d'un moteur pas à pas réluctant

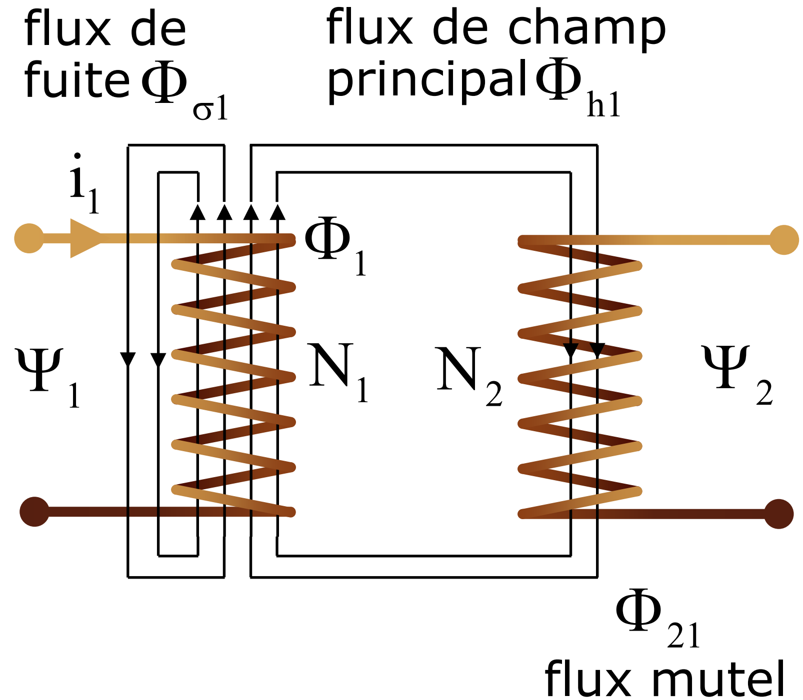




Sommaire

- Circuit magnétique équivalent
- Inductances
- Tension induite généralisée

Inductances



$$\Psi_1 = N_1\,\Phi_1 = N_1^2 \Lambda_{11}\, i_1$$

$$\left.\begin{aligned}\Phi_1 &= \Lambda_{11}\,\Theta_1\\ \Theta_1 &= N_1\, i_1\end{aligned}\right\}$$

Ψ = flux totalisé

Λ = perméance

N = nombre de spires

$$\Phi = \int_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{S}$$

$$\boxed{\Psi = L\, i}$$

inductance propre $\boxed{L_{11} = \dfrac{\Psi_1}{i_1}} = L_{h1} + L_{\sigma 1}$

$$\boxed{L_{h1} = N_1^2 \Lambda_{h1} = \text{inductance de champ principal}}$$

$$\boxed{L_{\sigma 1} = N_1^2 \Lambda_{\sigma 1} = \text{inductance de fuite}}$$

$$\Psi_2 = N_2\,\Phi_{21} = N_1 N_2 \Lambda_{21}\, i_1$$

$$\Phi_{21} = \Lambda_{21}\,\Theta_1$$

inductance mutelle $\boxed{L_{21} = \dfrac{\Psi_2}{i_1} = N_1\, N_2\, \Lambda_{21}}$

$$\Lambda_{21} = \Lambda_{12}$$

$$L_{21} = L_{12}$$

Sommaire

- Circuit magnétique équivalent
- Inductances
- Tension induite généralisée

Equations de Maxwell (quasi-statique)

forme intégrale (Stockes) $\longrightarrow$

$$\mathbf{rot\ H} = \mathbf{J}$$

S'il y a un courant il y a un champ magnétique

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot \mathbf{dl} = \int_S \mathbf{J} \cdot \mathbf{dS} = \sum_j i_j \qquad \text{(loi d'Ampère)}$$

$$\mathbf{rot\ E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

S'il y a une variation du flux il y a une tension induite

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot \mathbf{dl} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot \mathbf{dS} \qquad \text{(loi de Lenz-Faraday)}$$

$$\mathrm{div}\ \mathbf{B} = 0$$

Pas de monopôle magnétique mais des paires de pôles

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{dS} = 0$$

$$\mathbf{B} = \mu\ \mathbf{H}$$

$$\mathbf{E} = \rho\ \mathbf{J}$$

équations de Maxwell sous forme intégrale ?

$\downarrow$

modèle de Kirchhoff

- Potentiel magnétique (tension)
- Flux d'induction magnétique (courant)
- Perméance (résistance^{-1})

Loi de la tension induite (loi de Lenz-Faraday)

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot \mathbf{dl} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot \mathbf{dS}$$

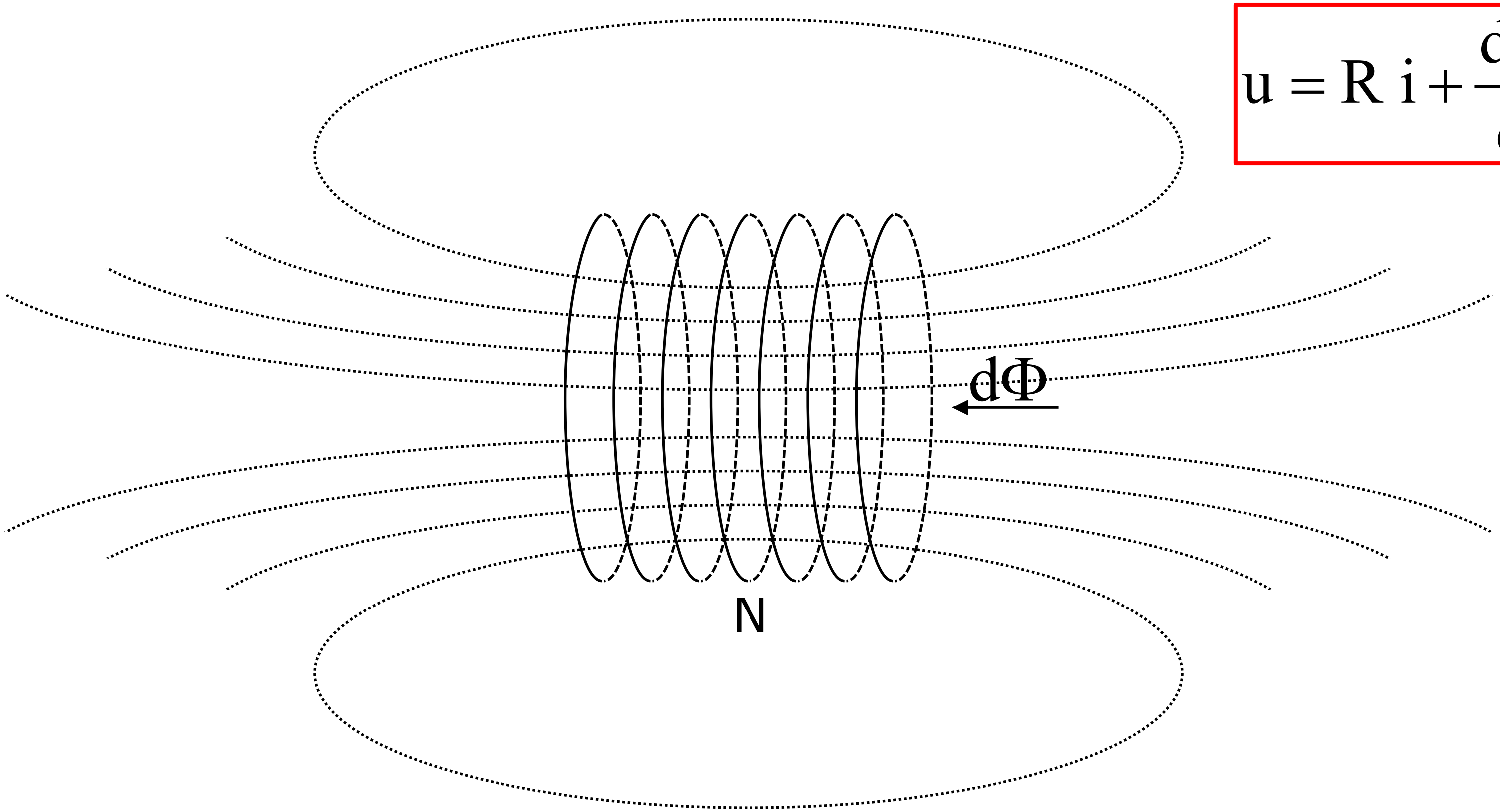
$$-u + R\,i = -\frac{d\left(N\,\Phi\right)}{dt} \longrightarrow u = R\,i + \frac{d\left(N\,\Phi\right)}{dt}$$

flux totalisé

$$\boxed{\Psi = N\,\Phi}$$

loi d'Ohm généralisée

$$\boxed{u = R\,i + \frac{d\Psi}{dt}}$$

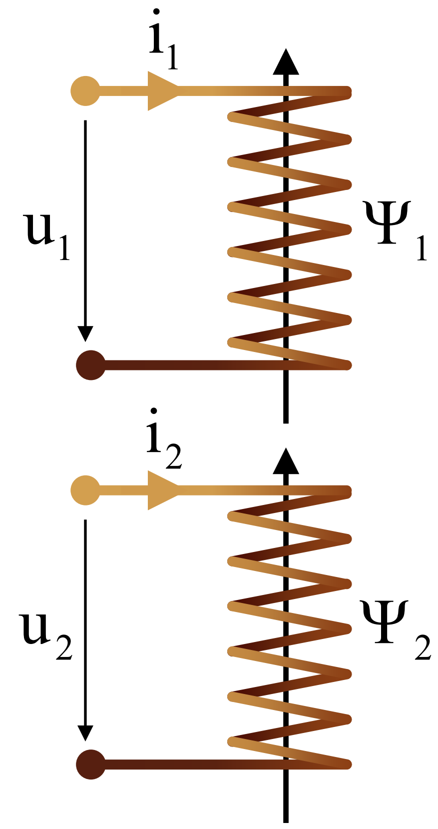


Tension induite généralisée

$$u = R\,i + \frac{d\Psi}{dt}$$

$$u_1 = R_1\, i_1 + L_{11}\frac{di_1}{dt} + L_{12}\frac{di_2}{dt}$$

$$u_1 = R_1\, i_1 + \left(L_{h1} + L_{\sigma 1}\right)\frac{di_1}{dt} + L_{12}\frac{di_2}{dt}$$

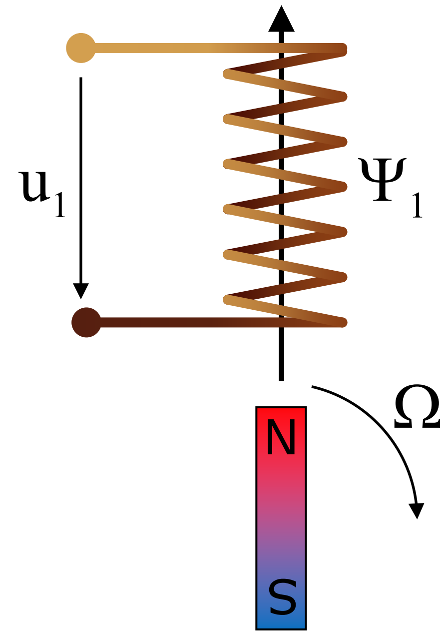


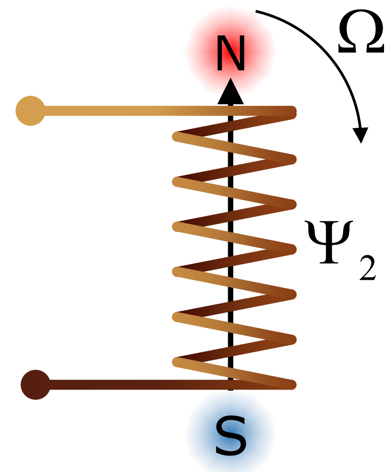
Tension induite généralisée

$$u = R\, i + \frac{d\Psi}{dt}$$

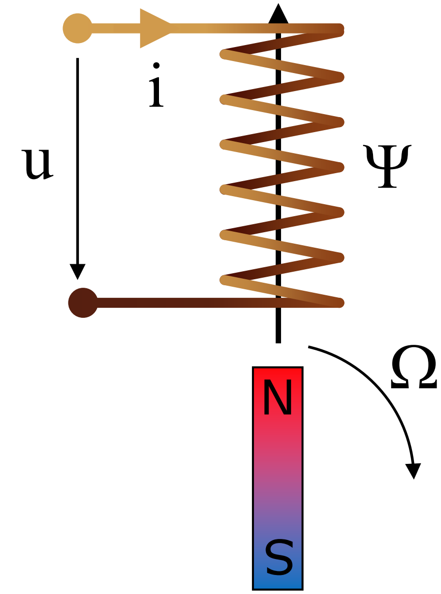
$\Omega(t)$

$$u_1 = R_1\, i_1 + L_{11}\frac{di_1}{dt} + k_\Phi \frac{d\alpha}{dt}$$



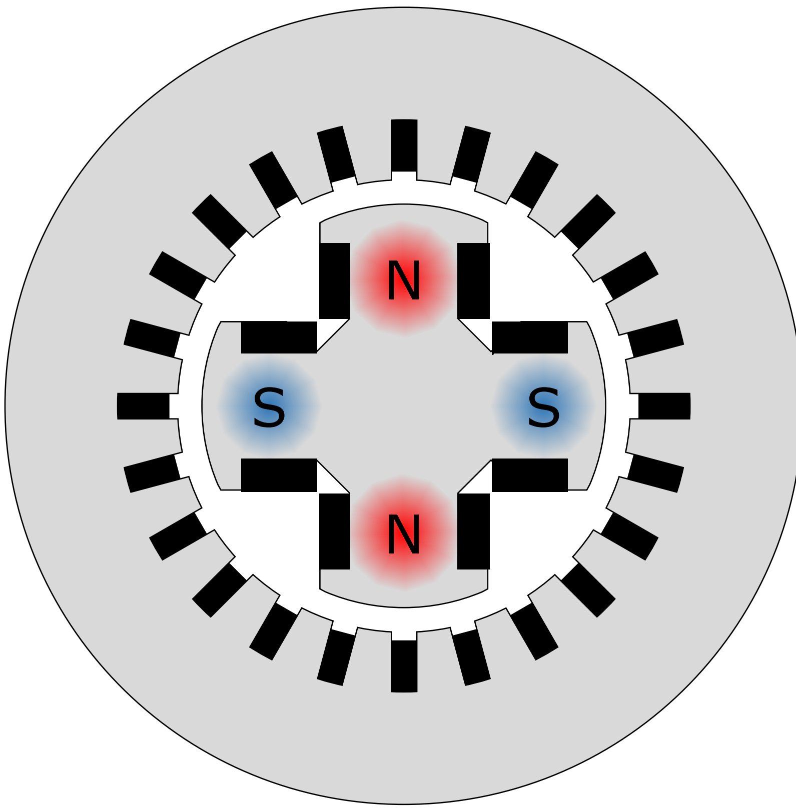


Tension induite généralisée



$$u = R\,i + \frac{d\Psi}{dt}$$

$$u = R\,i + \underbrace{L\frac{di}{dt}}_{\text{Tension induite de transformation}} + \underbrace{k_\Phi \Omega}_{\text{Tension induite de mouvement}}$$



Sommaire

- Circuit magnétique équivalent
- Inductances
- Tension induite généralisée
- Résumé

Résumé

Analogie entre circuits électriques et magnétiques

Potentiel magnétique (tension) $\Theta = N\,i = H\,l$

Flux d'induction magnétique (courant) $\Phi = B\,S$

longueur

Flux totalisé $\Psi = N\,\Phi$

Perméance (résistance^{-1}) $\Lambda = \mu \dfrac{S}{l}$

Perméabilité $\mu = \mu_0\,\mu_r \longrightarrow \mu_0 = 4\,\pi\,10^{-7}$

Loi d'Ohm $\Phi = \Lambda\,\Theta$

Mise en parallèle de perméances $\Lambda_{\text{eq parallèle}} = \sum_k \Lambda_k$

Mise en série de perméances $\Lambda_{\text{eq série}} = \dfrac{1}{\sum_k \dfrac{1}{\Lambda_k}}$

Résumé

Flux totalisé	$\Psi = N\,\Phi = L\,i$
Loi d'Ohm généralisée	$u = R\,i + \frac{d\Psi}{dt} = R\,i + L\frac{di}{dt} + k_{\Phi}\Omega$
Inductance propre	$L_{11} = N_1^2\,\Lambda_{11}$
Inductance de champ principal	$L_{h1} = N_1^2\,\Lambda_h$
Inductance de fuite	$L_{\sigma1} = N_1^2\,\Lambda_{\sigma1}$
Inductance mutuelle	$L_{12} = N_1 N_2 \Lambda_{12}$